P(x) = Le prof x est intelligent

Question
D'après vous, quelle est la négation de « Tous les Crétois sont des menteurs »?

a) Tous les Crétois disent la vérité.
b) Les Crétois disent quelquefois la vérité.
c) Il existe au moins un Crétois qui dit parfois la vérité. ✓

$$\neg(\forall x : P(x)) \equiv$$
$$\equiv \exists x : \neg P(x)$$

Tous les joueurs de foot gagnent beaucoup d'argent ===
Il existe un joueur qui gagne peu d'argent

P(x) = Le prof x est intélligent

$$\neg(\exists x : P(x)) \equiv$$
$$\equiv \forall x : \neg P(x)$$

$\neg($ Il existe une fille qui m'intéresse $) \equiv$

Toutes les filles ne m'intèressent pas.

$$0 \in \mathbb{N}_0$$

Exemple Soit n un nombre entier positif ou nul ($n \in \mathbb{N}$) et considérons $P(n) = n^2 + 7n + 12$. Alors il n'existe pas de n tel $\sqrt{P(n)} \in \mathbb{N}$.

À démontrer : $\forall n \in \mathbb{N} \ \exists m \in \mathbb{N}$:

$$m < \sqrt{P(n)} < m+1$$

Preuve :

Soit $n \in \mathbb{N}$.

$m := n+3$

$|(\ )^2$

$m^2 = (n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$

$(n+2)^2 = n^2 + 4n + 4$

$(n+3)^2 = n^2 + 6n + 9 < n^2 + 7n + 12$

$$\underset{\underset{n^2+6n+9}{\|}}{m^2} < \underset{\underset{n^2+7n+12}{\|}}{P(n)} < (\overset{\overset{n+3}{\|}}{m}+1)^2$$

$(n+4)^2 = n^2 + 8n + 16$

(3)

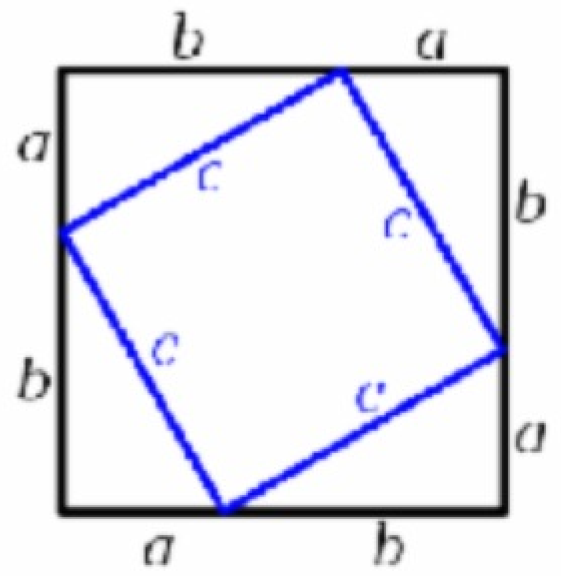
$(n+3)$

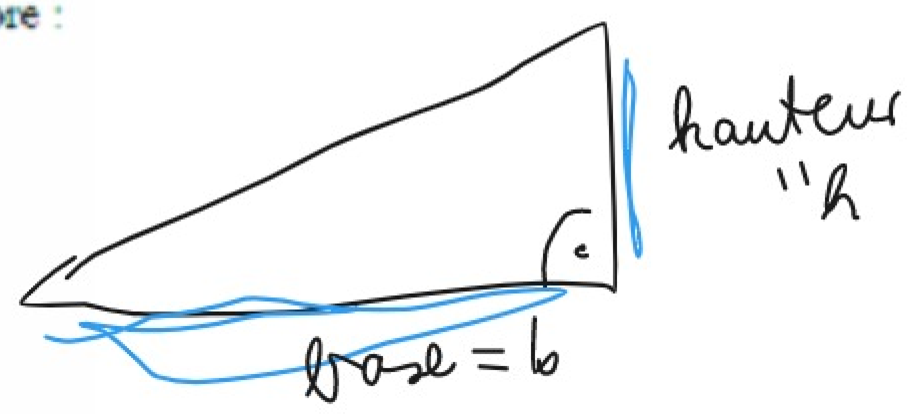
(4) $(n+4)^2$

Exercice 7.1

Utilisez le dessin ci-dessous pour démontrer le théorème de Pythagore :

Le mathématicien américain Elisha Scott Loomis (1852-1940) proposa 370 démonstrations du théorème de Pythagore dans la seconde édition de son livre publié en 1940 « The Pythagorean proposition »





$$F_{\triangle} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h$$

$$A = (a+b)^2$$

$$A = c^2 + 4 \cdot \left(\frac{b \cdot a}{2}\right)$$

$$A = A$$

$$(a+b)^2 = c^2 + \frac{4}{\cancel{2}} \cdot b \cdot a$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ba \quad |$$

$$c^2 = a^2 + \cancel{2ab} + b^2 - \cancel{2ab}$$

$$\rightarrow \boxed{c^2 = a^2 + b^2}$$

$(5+3)\cdot 7$

La Contraposée

$A \Rightarrow B \equiv$

$\neg B \Rightarrow \neg A$

Exemple :

Si je n'ai pas faim, je ne mange rien $\equiv$ Si je mange quelquechose, j´ai faim

S'il pleut, je reste à la maison $\equiv$ si je ne reste pas à la maison, il ne pleut pas

$\boxed{\neg(\neg P) = P}$

Exercice 7.6 Énoncez les contraposées des propositions suivantes :

a) Si j'ai mon cours de piano hebdomadaire, alors c'est lundi.

b) Ceux qui parlent ne savent pas.

c) Si le dernier chiffre d'un nombre entier n est 2, 3, 7 ou 8, alors n n'est pas le carré d'un entier.

a) a) Si ce n´est pas lundi, je n´ai pas mon cours de piano hebdomadaire

b) Ceux qui savent quelque chose ne parlent pas

c) Si n est le carré d´un entier alors le dernier chiffre d´un nombre entier n ne peut pas être 2,3,7 ou 8

https://us04web.zoom.us/j/74843851651?pwd=x-C9pBqia1I9I8NLy821qXsrhAFBBj.1

Exercice 7.7 Démontrez les propositions suivantes par la contraposée :

[redacted]

c) Si n^2 est impair, alors n est impair.

Nombres carrés $= \{n^2 \mid n \in \mathbb{N}\}$

Il faut montrer :

even

Nombres pair $=$

$E = \{2\cdot n \mid n \in \mathbb{N}\}$

Nombres impair $=$

$= \{2n - 1 \mid n \in \mathbb{N}\}$

Si n est pair, alors n^2 l´est aussi

Preuve : d. h.

Soit n pair, c'est à dire = **c. -à-d.**

on trouve $k \in \mathbb{N}$ telle que

$n = 2\cdot k$.

$\Rightarrow n^2 = (2\cdot k)^2 = 4k^2 = 2\cdot(2\cdot k^2) \in E$